dunque

(12) $ds^2 = d_?^2$

espressione già conosciuta dell'elemento lineare della superficie pseudosferica.

Quest'espressione rientra nella forma canonica dell'elemento lineare di una superficie di rotazione. Ma bisogna osservare che nel caso attuale non si potrebbe applicare effettivamente sopra una superficie di rotazione la calotta pseudosferica circostante al punto *(u* = *v* = o), senza alterarne la continuità per mezzo di un qualche taglio operato in essa partendo dal punto stesso. Infatti la supposta superficie di rotazione, se esistesse senza tale condizione, incontrerebbe il proprio asse nel centro comune (p = o) di tutte le circonferenze geodetiche p = cost. ed avrebbe quindi in questo punto le sue due curvature di eguai senso, il che non può essere, perché una superficie pseudosferica ha tutti i suoi punti *iperbolici.* La stessa impossibilità risulta dal considerare che, quando non si volesse eseguire il taglio anzidetto, la variabile <p rappresenterebbe la longitudine del meridiano variabile, epperò il raggio del parallelo corrispondente all'arco meridiano sarebbe J?senh-^-. La variazione di questo raggio sarebbe quindi uguale

a cosh-~-dp, cioè maggiore di dp, il che è assurdo, poiché la variazione anzidetta J\ eguaglia la projezione di *dp* sul piano del parallelo.

L'espressione (12) dell'elemento lineare, benché priva dei vantaggi inerenti all'uso delle nostre variabili *u, v,* può essere utile talvolta per la sua semplicità. Essa si presta p. es. alla determinazione della curvatura tangenziale delle circonferenze geodetiche, la quale, per la circonferenza di raggio p, ha il valore - ; questa curvatura è

--

adunque costante lungo tutta la periferia del cerchio geodetico e non dipende che dal raggio. Questa proprietà riesce manifesta anche *a priori,* osservando che il pezzo di superficie terminato da un cerchio geodetico si può applicare in modo qualunque sulla superficie medesima, senza che il suo lembo cessi mai di essere un cerchio geodetico col centro nel punto su cui si applica il suo centro primitivo.

Il teorema che «le geodetiche erette normalmente nei punti medi delle corde di una circonferenza geodetica concorrono tutte nel suo centro » si dimostra come il corrispondente teorema della planimetria ordinaria, e se ne conclude che la costruzione del centro della circonferenza passante per tre punti non situati sopra

una stessa geodetica è affatto analoga all'ordinaria, talché tale circonferenza è sempre unica e determinata.

Ma qui sorge una difficoltà. Scelti ad arbitrio tre punti della superficie, può accadere che le geodetiche perpendicolari nei punti medii delle loro congiungenti non si